๔๓.๖
เลขที่นั่งสอบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561

ข้อสอบวิชา STA321 Statistical Theory II นักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ ปริญญาตรี ปี 3

วันจันทร์ที่ 8 ต.ค. 2561 เวลา 9.00-12.00 น.

คำเตือน

1. อนุญาตให้นำตำราเข้าห้องสอบ
2. อนุญาตให้นำเครื่องคำนวณเข้าห้องสอบ
3. ข้อสอบมีทั้งหมด 8 ข้อ ให้ทำทุกข้อ คะแนนเต็ม 80 คะแนน
4. ในกรณีที่ข้อสอบไม่ชัดเจนหรือมีข้อสงสัย ให้ตัดสินใจแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่ตัดสินใจทำเช่นนั้น

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จ ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ.....**รหัส**.....**ภาควิชา**.....

ผศ.ดร.วินัย โพธิ์สุวรรณ์

ผู้ออกข้อสอบ

ข้อสอบได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาคณิตศาสตร์

(ดร.วิบูลศักดิ์ วัฒายุ)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

1. ให้ $X_1, \ldots, X_{36}$ เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงปรกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 มีค่าสังเกตดังนี้

80.7, 78.1, 64.1, 74.3, 82.5, 77.5, 73.5, 76.6, 80.0. 74.1, 84.9, 72.6, 81.7, 74.3,

83.1, 70.4, 76.7, 76.6, 83.4, 85.7, 80.0, 79.7, 87.9, 77.1, 82.1, 77.2, 81.0, 74.8,

72.2, 79.7, 79.7, 77.8, 76.3, 73.8, 82.1, 78.7

ซึ่งเขียนแผนภาพ Stem and Leaf ได้ดังนี้

```
64 | 1
66 |
68 |
70 | 4
72 | 2658
74 | 1338
76 | 36671258
78 | 17777
80 | 00707
82 | 11514
84 | 97
86 | 9
```

1.1 จงหาตัวประมาณแบบโมเมนต์สำหรับ μ

1.2 จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ σ^2

1.3 จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ μ

1.4 จงเขียนคำสั่งภาษา R เพื่อหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับเปอร์เซนไทล์ที่ 65 ของ X

1.5 จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นของสถิติอันดับที่ 1 สำหรับ X

(10 คะแนน)

2. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงเอกรูปด้วยพารามิเตอร์ α และ β ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น

$$f(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta-\alpha} & \text{เมื่อ} \quad \alpha < x < \beta \quad \text{และ} \quad \beta > \alpha > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาตัวประมาณแบบโมเมนต์สำหรับ α และ β

(10 คะแนน)

3. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงปัวซงด้วยฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น $f(x_i;\theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x_i}}{x_i!}$ เมื่อ $x_i = 0, 1, 2, \ldots$ จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ θ

(10 คะแนน)

4. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบร์นูลลีด้วยพารามิเตอร์ $\theta > 0$

4.1 จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ θ

4.2 จงหาตัวประมาณ UMVE สำหรับ θ โดยใช้อสมการ Cramer-Rao

(10 คะแนน)

5. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น

$$f(x;\theta) = 1_{[0,\infty)}(x)\theta e^{-\theta x}$$ จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ $\mathrm{E}(X)$

(10 คะแนน)

6. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงปรกติด้วยพารามิเตอร์ $\mu \in \mathbb{R}$ และ $\sigma^2 \in (0, \infty)$ จงหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ σ^2 เมื่อทราบค่า μ

(10 คะแนน)

7. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x;\theta)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้จงหาสถิติพอเพียงสำหรับ θ

7.1 $f(x;\theta) = \dfrac{\theta}{x^2},\ x \geq \theta,\ \theta \in (0,\infty)$

7.2 $f(x;\theta) = (1+\theta)x^{\theta},\ 0 < x < 1,\ \theta \in (-1,\infty)$

(5+5 คะแนน)

8. ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงทวินาม โดยมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น

$$f(x;\theta) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x} \text{ เมื่อ } x = 0, 1, 2, \ldots, n \text{ และ } \theta > 0$$

จงแสดงว่า $f(x;\theta)$ อยู่ในวงศ์ชี้กำลังและจงหาสถิติพอเพียงสำหรับ θ (10 คะแนน)