17 ตค.61.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

การสอบกลางภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา 2561

ข้อสอบวิชา PHY 205 Mathematical Physics **ระดับปริญญาตรี ชั้นปี 2**

ภาควิชาฟิสิกส์

คณะวิทยาศาสตร์

วันสอบ วันศุกร์ที่ 5 ตุลาคม พ.ศ. 2561 **เวลา 13:00 – 16:00 น.**

....

ข้อสอบมี 7 ข้อ 9 หน้า (รวมใบปะหน้า)

คำสั่ง
1. **ทำทุกข้อ**
2. **ทำข้อสอบลงในข้อสอบ (เขียนคำตอบไม่พอให้เขียนต่อข้างหลัง)**
3. **อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณตามประกาศของมหาวิทยาลัยฯ**
4. **ไม่อนุญาตให้นำหนังสือและเอกสารเข้าห้องสอบ**

....

ชื่อ-นามสกุล..................................รหัส ....เลขที่นั่งสอบ.......

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนได้
1	10	
2	11	
3	14	
4	10	
5	12	

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนได้
6	10	
7	13	
รวม	80	

ผู้ออกข้อสอบ ดร. วัชระ เลี้ยวเรียน

ข้อสอบชุดนี้ได้ผ่านการกลั่นกรองจากคณะกรรมการฯ ของภาควิชาแล้ว

....

ผศ.ดร.มยุรี หาญสุภานุสรณ์

Name..ID.......................................

1. Use the divergence theorem to calculate the flux of the vector field F = < xy, yz, xz > through the surface bounded by $4 - x^2 - y^2 = z$ and the planes $z = 3$. (10 points)

Name...ID......................................

2.1 Show that *F*(x,y) is irrotational and incompressible. (6 points)

$$F(x,y) = A\left[\left(1 - \frac{x^2 - y^2}{(x^2+y^2)^2}\right)\hat{\imath} - \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}\hat{\jmath}\right]$$

2.2 Wii game video stick thing work with accelerometers. Accelerometer data give us

$\vec{a} = -3\cos(\mathrm{t})\,\hat{\imath} - 3\sin(t)\,\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ standing initially at (3, 0, 0) and initial velocity is $\vec{v} = 3\hat{\imath}$.

Find the position vector $\vec{r}(t)$. (5 points)

Name..ID.......................................

3. The acceleration vector of a spaceship is $\vec{a}(t) = (2t, 0, -\sin(t))$ for all $t \geq 0$ and the specific initial velocity and position are $\vec{v}(0) = (0, 0, 1)$ and $\vec{r}(0) = (1, 2, 300)$.

a) Find the velocity function $\vec{v}(t)$ of the spaceship (2 points)

b) Find the tangential component a_T and the normal component a_N of the acceleration (8 points)

c) Compute the position of the space ship at time $t = \pi/2$ (4 points)

Name...ID.......................................

4. Use Green's theorem to calculate the line integral $\oint(\sqrt{1+x^3})dx + (2xy)dy$ where C is the triangle with vertices (0, 0), (1, 0) and (1, 3) oriented clockwise. (10 points)

Name..ID......................................

5. Calculate $\int \vec{F}.d\vec{r}$, $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xyz^3 + ye^{xy}, x^2z^3 + xe^{xy}, 3x^2yz^2 + \cos z)$where and C is the arc of a helix parametrized by c(t)=(cost,sint,t) for 0 ≤ t ≤ π/2. (12 points)

Name...ID.......................................

6. Use Stokes' Theorem to evaluate $\int \vec{F}.d\vec{r}$,where F(x, y, z) = (e^{-x}, e^{x}, e^{z}) and C is the boundary of the part of the plane 2x + y + 2z = 2 in the first octant. (C is oriented counterclockwise when viewed from above.) (10 points)

Name..ID.......................................

Consider the periodic function f(x) defined by

$$f(x) = 1 - x,\ 0 \leq x < 2 \text{ and } f(x+2) = f(x).$$

7.1 Sketch the graph of the function $f(x) = 1 - x$ on the interval $-4 \leq x \leq 4$. (3 points)

7.2Calculate Fourier series for the function f(x) (10 points)

Name...ID...

Differentiation Formulas:

1. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
2. $\frac{d}{dx}(ax) = a$
3. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
4. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
5. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
6. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
7. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$
8. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
9. $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x(\cot x)$
10. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
11. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
12. $\frac{d}{dx}(a^x) = (\ln a)a^x$
13. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
14. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1 + x^2}$
15. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}}$

Integration Formulas:

1. $\int 1 dx = x + C$
2. $\int a\, dx = ax + C$
3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1$
4. $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$
5. $\int \cos x\, dx = \sin x + C$
6. $\int \sec^2 x\, dx = \tan x + C$
7. $\int \csc^2 x\, dx = -\cot x + C$
8. $\int \sec x(\tan x)\, dx = \sec x + C$
9. $\int \csc x(\cot x)\, dx = -\csc x + C$
10. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$
11. $\int e^x dx = e^x + C$
12. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ a > 0,\ a \neq 1$
13. $\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \sin^{-1} x + C$
14. $\int \frac{1}{1 + x^2} dx = \tan^{-1} x + C$
15. $\int \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}} dx = \sec^{-1} x + C$