



เลขที่นั่งสอบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
การสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561

ข้อสอบวิชา MTH 101 Mathematics I

คณะวิศวกรรมศาสตร์และ

คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี

สอบวันจันทร์ที่ 1 ตุลาคม พ.ศ. 2561

เวลา 09.00-12.00 น.

คำชี้แจง

- ข้อสอบมี 13 ข้อ 12 หน้า (รวมใบปะหน้าและสูตร) คะแนนเต็ม 100 คะแนน
 - หมวด ก มี 6 ข้อ 40 คะแนน
 - หมวด ข มี 4 ข้อ 40 คะแนน
 - หมวด ค มี 3 ข้อ 20 คะแนน
- ห้ามนำตำรา เครื่องคิดเลข และเอกสารทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- เขียนชื่อ รหัสประจำตัวนักศึกษาและภาควิชาให้ชัดเจนในหน้าแรกของข้อสอบแต่ละหมวด
- ในกรณีที่มีเนื้อที่ไม่พอในการเขียนคำตอบ ให้เขียนต่อในกระดาษด้านหลังของข้อนั้นๆ
- มีสูตรให้ 1 หน้าอยู่ท้ายข้อสอบ (สามารถดึงออกจากข้อสอบได้)
- ในกรณีที่ข้อสอบไม่ชัดเจนหรือมีข้อสงสัย ให้ตัดสินใจแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่ตัดสินใจทำเช่นนั้น

เมื่อนักศึกษาทำข้อสอบเสร็จแล้ว ต้องยกมือบอกกรรมการคุมสอบ

เพื่อขออนุญาตออกนอกห้องสอบ

ห้ามนักศึกษานำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกนอกห้องสอบ

นักศึกษาซึ่งทุจริตในการสอบ อาจถูกพิจารณาโทษสูงสุดให้พ้นสภาพการเป็นนักศึกษา

ชื่อ รหัส ภาควิชา

ข้อสอบได้ผ่านการพิจารณาจากภาควิชาคณิตศาสตร์แล้ว

(ดร.วิบูลศักดิ์ วัฒนาย)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

หมวด ก (จำนวน 6 ข้อ คะแนนรวม 40 คะแนน)

1. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(x-4)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2}, & x > 4 \\ 1, & x = 4 \\ x^2 - b, & x < 4 \end{cases}$$

โดยที่ a, b เป็นจำนวนจริง ถ้า $f(x)$ ต่อเนื่อง ที่ $x = 4$ แล้ว $f(a + \frac{b}{16})$ เท่ากับเท่าไร (8 คะแนน)

2. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^{\frac{1}{3}}-1} \right)^8$

(5 คะแนน)

3. กำหนดให้ $\frac{y}{x} + \ln(x^y) + e^{\frac{x}{y}} = 0$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

(7 คะแนน)

4. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^5 x}{x^2}$

(6 คะแนน)

5. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2 \tan x}$

(8 คะแนน)

6. กำหนดให้ $f(x) = |x^2 - 1|$ จงหา $f'(1)$

(6 คะแนน)

หมวด ข (จำนวน 4 ข้อ คะแนนรวม 40 คะแนน)

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1) $y = \frac{\ln(2018x^{2018})}{2018}$ (4 คะแนน)

1.2) $y = \sec^{-1}(\sqrt{1 + 2\sqrt{x}})$ (4 คะแนน)

1.3) $y = \frac{\sinh(\sin 2x)}{x \cos(3x)}$ (4 คะแนน)

1.4) $y = x^{\sqrt{x}}(x+1)(x^2+1)$

(4 คะแนน)

2. กำหนดให้ $f(x) = e^x \ln x$ จงหาค่าของ $f'(1) + f''(1)$

(4 คะแนน)

3. กำหนดให้ $y = \frac{u^2}{u^3+1}$, $u = \sqrt[3]{x}$, $x = \frac{1}{t}$ จงหา $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1}$

(4 คะแนน)

4. กำหนดให้ $f(x) = \frac{3x^2}{(x-1)(x+2)}$, $f'(x) = \frac{3x(x-4)}{(x-1)^2(x+2)^2}$, $f''(x) = \frac{-6(x^3 - 6x^2 - 4)}{(x-1)^3(x+2)^3}$
และสมการ $x^3 - 6x^2 - 4 = 0$ มีรากที่เป็นจำนวนจริงเพียงค่าเดียวคือ $x = 6.1$

4.1) จงหาจุดวิกฤติ ช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเพิ่มและช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันลด (3 คะแนน)

4.2) จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน f (2 คะแนน)

4.3) จงหาจุดเปลี่ยนเว้า ช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นโค้งหงายและช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นโค้งคว่ำ (3 คะแนน)

4.4) จงหาเส้นกำกับทั้งหมดของฟังก์ชัน f

(3 คะแนน)

4.5) จงวาดกราฟของฟังก์ชัน f

(5 คะแนน)

หมวด ค (จำนวน 3 ข้อ คะแนนรวม 20 คะแนน)

1. จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้นในการประมาณค่าของ $\cos^2 421^\circ$ โดยกำหนดให้ $\frac{\sqrt{3}\pi}{180} = 0.03$
(4 คะแนน)

2. บ้านใดยาว 5 เมตร วางพาดกับกำแพง ถ้าปลายด้านล่างของบันไดเลื่อนออกจากกำแพงด้วยอัตราเร็ว 0.1 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมระหว่างพื้นกับปลายด้านล่างของบันได เมื่อระยะห่างในแนวตั้งระหว่างปลายด้านบนของบันไดกับพื้นเป็น 3 เมตร
(8 คะแนน)

3. ต้องการสร้างกระป๋องรูปทรงกระบอกตรงที่มีปริมาตร 125 ลบ.นิ้ว มีฝาปิดด้านบนและด้านล่างเป็นแผ่นกลม โดยฝาปิดแต่ละด้านจะสร้างจากแผ่นโลหะบางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างละ 1 แผ่น และ ด้านข้างกระป๋องจะสร้างจากแผ่นโลหะบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงหารัศมีของฝาปิดและความสูงของกระป๋องที่ทำให้ใช้ปริมาณของแผ่นโลหะในการผลิตน้อยที่สุด (8 คะแนน)

TABLE OF DERIVATIVES

1. $\frac{d}{dx}(c) = 0$, c is a constant
2. $\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(u^n) = n u^{n-1} \frac{du}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$, $v \neq 0$
7. $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$
8. $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
10. $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$
11. $\frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
12. $\frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$
13. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$, $-1 < u < 1$
14. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} u) = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$, $-1 < u < 1$
15. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} u) = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
17. $\frac{d}{dx}(\csc^{-1} u) = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$, $|u| > 1$
18. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} u) = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$, $|u| > 1$
19. $\frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$
20. $\frac{d}{dx}(\log_a u) = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$, $a > 0$, $a \neq 1$
21. $\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$
22. $\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$, $a > 0$, $a \neq 1$
23. $\frac{d}{dx}u^v = v u^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx}$
24. $\frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$
25. $\frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$
26. $\frac{d}{dx}(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$
27. $\frac{d}{dx}(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$
28. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$
29. $\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$

TRIGONOMETRY

Pythagorean Identities

1. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
2. $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$
3. $\csc^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$

Double-Angle Formulas

1. $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
2. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

3. $\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$

4. $\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$

5. $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

Half-Angle Formulas

1. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

2. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$